

Tuning of PID controller for tractor power take-off shaft rotational speed using particle swarm optimization method

V. Makarets  | M. Ikalchik | V. Khropost | A. Kushnirenko

Article info

Correspondence Author

V. Makarets

E-mail:

walera10100@gmail.com

Separated Subdivision of the
National University of Life
and Environmental Sciences
of Ukraine "Nizhyn
Agrotechnical Institute",
10 Shevchenka Str., Nizhyn,
16600, Ukraine

Citation: Makarets, V., Ikalchik, M., Khropost, V., & Kushnirenko, A. (2026). Tuning of PID controller for tractor power take-off shaft rotational speed using particle swarm optimization method. *Scientific Progress & Innovations*, 29(2), 218–224. doi: 10.31210/spi2026.29.02.30

The paper investigates the application of the Particle Swarm Optimization algorithm for automatic tuning of the PID controller coefficients for tractor power take-off shaft rotational speed control. A generalized mathematical model of the system with parameters typical for medium-class tractors was developed, with engine gain $K_e = 50 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{unit}$, engine time constant $T_e = 0.3 \text{ s}$, reduced moment of inertia $J = 2.5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, viscous friction coefficient $b = 0.8 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$, PTO gear ratio $i = 3.5$ and transmission efficiency $\eta = 0.92$. Two approaches to automatic PID controller tuning were investigated: the Ziegler-Nichols method and the Particle Swarm Optimization method, the latter running a swarm of 30 particles over 80 iterations and converging after about 20. The Integral of Time-weighted Absolute Error (ITAE) was selected as the objective function for the particle swarm optimization. Unlike other integral criteria, the ITAE criterion, due to the incorporation of the time parameter, penalizes errors that persist over extended periods. This corresponds to the specifics of PTO control, where a short-term drop in rotational speed during a sudden load change is inevitable and acceptable, whereas prolonged oscillations in rotational speed lead to uneven processing, equipment wear, and excessive fuel consumption. The stability of the closed-loop system was proven using the Routh-Hurwitz criterion with a complete derivation of the characteristic polynomial, from which an explicit upper bound on the integral gain was obtained; both tunings satisfy the criterion, yet the determinants of the optimized controller exceed those of the Ziegler-Nichols tuning by several orders of magnitude ($\Delta_z = 42\,273$ against 102.6). Robustness analysis was performed using the statistical Monte Carlo method under simultaneous $\pm 30\%$ variation of the plant parameters (J, b, K_e, T_e) across 100 realizations. The results showed that the PSO-optimized controller ($K_p = 3.63, K_i = 15.00, K_d = 0.25$) provides significantly lower overshoot (12.4 % against 97.1 %) and a substantially larger phase margin (79.0° against 33.8°) compared to the Ziegler-Nichols method, cuts the rise time from 0.248 s to 0.029 s at the reference speed of 540 rpm and the ITAE from 16.06 to 0.177, and maintains stability across all realizations of the Monte Carlo robustness analysis.

Keywords: PID controller, particle swarm optimization, power take-off, tractor, Hurwitz criterion, stability, robustness.

Налаштування ПІД-регулятора частоти обертання вала відбору потужності трактора за допомогою методу рою часток

В. В. Макарець | М. І. Ікальчик | В. І. Хропост | А. Г. Кушніренко

Відокремлений підрозділ
Національного
університету біоресурсів і
природокористування
України «Ніжинський
агротехнічний інститут»,
м. Ніжин, Україна

У роботі досліджено застосування алгоритму оптимізації роєм часток для автоматичного налаштування коефіцієнтів ПІД-регулятора частоти обертання вала відбору потужності трактора. Побудовано узагальнену математичну модель системи з параметрами, характерними для тракторів середнього тягового класу: коефіцієнт підсилення двигуна $K_e = 50 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{од.}$, стала часу двигуна $T_e = 0,3 \text{ с}$, зведений момент інерції $J = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, коефіцієнт в'язкого тертя $b = 0,8 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}/\text{рад}$, передавальне число редуктора $i = 3,5$ та коефіцієнт корисної дії трансмісії $\eta = 0,92$. Досліджено два підходи до автоматичного налаштування ПІД-регулятора: метод Зіглера-Нікольса та метод оптимізації роєм часток, з такими параметрами 30 часток протягом 80 ітерацій і збігався приблизно за 20. Як цільову функцію для оптимізації роєм часток обрано інтегральну абсолютну похибку, зважену за часом. На відміну від інших інтегральних критеріїв, цей критерій завдяки врахуванню параметру часу штрафувє похибки, що зберігаються тривалий час. Це відповідає специфіці задачі керування валом відбору потужності, де короточасний провал обертів за різкої зміни навантаження є неминучим і допустимим, тоді як тривалі коливання частоти обертання призводять до нерівномірної обробки, зносу обладнання та перевитрати палива. Стійкість замкненої системи доведено за критерієм Рауса-Гурвіца з повним виведенням характеристичного полінома, з якого отримано явне обмеження на інтегральний коефіцієнт; обидва варіанти налаштування задовольняють критерій, проте визначники оптимізованого регулятора на кілька порядків перевищують відповідні значення для методу Зіглера-Нікольса ($\Delta_z = 42\,273$ проти 102,6). Аналіз робастності виконано статистичним методом Монте-Карло за одночасної варіації параметрів об'єкта (J, b, K_e, T_e) у межах $\pm 30\%$ на 100 реалізаціях. Результати показали, що оптимізований роєм часток регулятор ($K_p = 3,63; K_i = 15,00; K_d = 0,25$) забезпечує значно менше перерегулювання (12,4 % проти 97,1 %) та суттєво більший запас за фазою ($79,0^\circ$ проти $33,8^\circ$) порівняно з методом Зіглера-Нікольса, скорочує час наростання з 0,248 с до 0,029 с за заданої частоти обертання 540 об/хв і значення інтегральної зваженої похибки з 16,06 до 0,177, а також зберігає стійкість за всіх реалізацій аналізу робастності методом Монте-Карло.

Ключові слова: ПІД-регулятор, оптимізація роєм частинок, вал відбору потужності, трактор, критерій Гурвіца, стійкість, робастність.



Бібліографічний опис для цитування: Макарець В. В., Ікальчик М. І., Хропост В. І., Кушніренко А. Г. Налаштування ПІД-регулятора частоти обертання вала відбору потужності трактора за допомогою методу рою часток. *Scientific Progress & Innovations*. 2026. № 29 (2). С. 218–224.

Вступ

Вал відбору потужності (ВВП) є одним із ключових елементів силової передачі сучасного сільськогосподарського трактора, що забезпечує передачу крутного моменту від двигуна до активних робочих органів навісного обладнання – фрез, косарок, подрібнювачів, кормозбиральних агрегатів. Стандартні частоти обертання ВВП становлять 540 або 1000 об/хв відповідно до стандарту ISO 500 [1]. Під час роботи у польових умовах навантаження на ВВП змінюється стохастично внаслідок зміни густоти рослинного покриття, коливань щільності ґрунту або потрапляння сторонніх предметів у робочі органи знаряддя, що призводить до коливань частоти обертання, нерівномірності обробки, підвищеного зношування обладнання та перевитрати палива [2].

Проблема стабілізації частоти обертання двигуна та вала відбору потужності (ВВП) трактора має тривалу історію й зазвичай вирішується за допомогою механічного відцентрового регулятора, який автоматично коригує подачу палива завдяки балансу відцентрової сили важків і сили пружини [3]. Однак механічний регулятор має обмежену точність, не дає змоги оптимізувати якість перехідних процесів і не забезпечує гнучкого налаштування під різні умови експлуатації. У сучасних тракторах із електронним керуванням двигуном дедалі частіше застосовують пропорційно-інтегрально-диференціальні регулятори (ПІД-регулятори), які забезпечують вищу точність підтримання обертів [4].

Ефективність ПІД-регулятора суттєво залежить від правильного вибору його коефіцієнтів K_p , K_i , K_d . Метод налаштування Зіглера-Нікольса [5], хоч і широко розповсюджений завдяки простоті, базується на емпіричних формулах, отриманих для обмеженого класу об'єктів, і часто зумовлює надмірне перерегулювання в системах із великою інерційністю [6]. Недосконалість класичних методів налаштування спонукала до пошуку альтернативних підходів, зокрема алгоритму оптимізації роєм часток [7], який набув широкого застосування для автоматичного налаштування ПІД-регуляторів у різних галузях.

У роботі [8] PSO-оптимізований ПІД-регулятор було застосовано для керування швидкістю дизельного двигуна за критерієм інтегральної абсолютної похибки, що дало змогу суттєво покращити динамічні характеристики системи порівняно з класичними методами. У дослідженні [9] автори розробили PSO-ПІД-контролер для регулювання нахилу навісного обладнання гірських тракторів, який зменшив час відгуку на 28,52 % та перерегулювання на 43,87 % порівняно з традиційним ПІД-регулятором. Автори роботи [10] запропонували нечіткий ПІД-контролер зі змінним універсумом для керування глибиною обробітку ґрунту в системі «трактор – знаряддя», порівнявши його з класичним та нечітким ПІД-регуляторами. У статті [11] висвітлено систему керування глибиною обробітку на базі нечіткого ПІД-регулятора для самохідного електричного культиватора, яка забезпечила зменшення варіації глибини на 24 %. У роботі [12] досліджено PSO-оптимізований

нечіткий ПІД-контролер для керування гідравлічною системою тракторів.

Аналіз літератури свідчить, що, попри значну кількість публікацій щодо застосування PSO для налаштування ПІД-регуляторів у сільськогосподарській техніці, залишається недостатньо дослідженим питання автоматичного налаштування ПІД-регулятора саме частоти обертання ВВП трактора. Зокрема, це стосується комплексного аналізу стійкості замкненої системи за критерієм Гурвіца, визначення аналітичних умов для коефіцієнтів регулятора та дослідження робастності за варіації параметрів об'єкта.

Мета дослідження

З'ясувати ефективність застосування методу оптимізації роєм часток для налаштування ПІД-регулятора частоти обертання вала відбору потужності трактора, а також охарактеризувати стійкість і робастність отриманої системи керування.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. побудувати математичну модель системи керування частотою обертання ВВП;
2. виконати налаштування ПІД-регулятора методами Зіглера-Нікольса та PSO;
3. довести стійкість замкненої системи за критерієм Гурвіца й отримати аналітичні умови для коефіцієнтів регулятора;
4. визначити запаси стійкості та дослідити робастність системи.

Матеріали і методи

Дослідження проведено методами математичного моделювання та комп'ютерного моделювання. Об'єктом дослідження є узагальнена модель системи автоматичного керування частотою обертання вала відбору потужності трактора середнього тягового класу. Параметри моделі обрано як узагальнені, типові для цього класу машин, на основі аналізу опублікованих математичних моделей приводних ліній ВВП [2, 8, 9]. Побудову математичної моделі та виведення передавальних функцій здійснено відповідно до класичної теорії автоматичного керування [4, 6] із застосуванням перетворення Лапласа.

Налаштування коефіцієнтів ПІД-регулятора виконано двома методами: класичним методом Зіглера-Нікольса [5] та методом оптимізації роєм часток [7]. Як цільову функцію для алгоритму PSO обрано критерій інтегральної абсолютної похибки, зваженої за часом. Стійкість замкненої системи досліджено за критерієм Рауса-Гурвіца [9].

Моделювання перехідних процесів проведено за двома сценаріями: вихід на робочі оберти та стрибкоподібне збільшення навантаження. Робастність регуляторів оцінено статистичним методом Монте-Карло [10] за одночасної варіації параметрів об'єкта в межах, що перекривають розкид характеристик між різними моделями тракторів цього класу. Усі параметри моделювання, зокрема й

налаштування алгоритму PSO, межі пошуку коефіцієнтів та діапазони варіації параметрів для аналізу робастності, наведено у відповідних розділах статті.

Результати та їх обговорення

Система автоматичного керування частотою обертання ВВП складається з трьох підсистем: привода, трансмісії з ВВП та навантаження від сільськогосподарського знаряддя. ПІД-регулятор формує керівний сигнал $u(t)$ на основі похибки: $e(t) = \omega_r - \omega_f$, де ω_r – задана, а ω_f – фактична частота обертання ВВП.

Об'єктом дослідження є узагальнена модель системи автоматичного керування частотою обертання ВВП, побудована для тракторів середнього тягового класу потужністю ВВП 40–60 кВт зі стандартною частотою обертання 540 об/хв відповідно до ISO 500 [1]. Оскільки метою роботи є дослідження ефективності методу PSO як інструменту налаштування ПІД-регулятора, а не аналіз конкретної моделі трактора, прийнято підхід узагальненого моделювання, за якого параметри об'єкта обирають у межах діапазонів, характерних для цього класу машин.

На основі порядку величин сформовано узагальнений набір параметрів (табл. 1).

Таблиця 1

Параметри узагальненої моделі системи керування ВВП

Параметр	Позначення	Значення
Коефіцієнт підсилення двигуна	K_e	50 Н·м/од.
Стала часу двигуна	T_e	0,3 с
Зведений момент інерції	J	2,5 кг·м ²
Коефіцієнт в'язкого тертя	b	0,8 Н·м·с/рад
Передавальне число редуктора ВВП	i	3,5
ККД трансмісії	η	0,92

Усі параметри таблиці 1 є вхідними даними, що описують об'єкт керування. Динаміку двигуна від сигналу керування $u(t)$ до крутного моменту $Me(t)$ описано диференціальним рівнянням першого порядку [6, 8]:

$$Te \cdot \frac{dMe(t)}{dt} + Me(t) = Ke \cdot u(t) \quad (1)$$

де $Te = 0,3$ с – стала часу двигуна, що характеризує інерційність камери згорання та паливної системи; $Ke = 50$ Н·м/од. – коефіцієнт підсилення двигуна; $u(t)$ – сигнал керування.

Застосуємо перетворення Лапласа до рівняння (1):

$$Te \cdot s \cdot Me(s) + Me(s) = Ke \cdot U(s)$$

Звідси передавальна функція двигуна:

$$Ge(s) = \frac{Me(s)}{U(s)} = \frac{Ke}{Te \cdot s + 1} \quad (2)$$

Рівняння руху обертової системи «трансмісія – ВВП – знаряддя» запишемо за другим законом

Ньютона для обертального руху у часовій області [6, 8]:

$$J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} = Me(t) \cdot i \cdot \eta - Ml(t) - b \cdot \omega(t) \quad (3)$$

де $J = 2,5$ кг·м² – зведений момент інерції; $\omega(t)$ – кутова швидкість ВВП, рад/с; $i = 3,5$ – передавальне число редуктора ВВП; $\eta = 0,92$ – ККД трансмісії; $Ml(t)$ – момент навантаження від знаряддя, Н·м; $b = 0,8$ Н·м·с/рад – коефіцієнт в'язкого тертя.

Застосуємо перетворення Лапласа до рівняння (3) та перегрупуємо його параметри, без урахування збурення отримаємо:

$$Gt(s) = \frac{\Omega(s)}{Me(s)} = i \cdot \frac{\eta}{J \cdot s + b} \quad (4)$$

Загальна передавальна функція від сигналу керування u до частоти обертання ω є добутком послідовно з'єднаних ланок (2) та (4):

$$G(s) = Ge(s) \cdot Gt(s) = \left[\frac{Ke}{Te \cdot s + 1} \right] \cdot \left[\frac{i \cdot \eta}{J \cdot s + b} \right] \quad (5)$$

Передавальна функція (5) описує динаміку об'єкта керування – тобто те, як вал ВВП реагує на вхідний сигнал. Для забезпечення стабільної частоти обертання за змінного навантаження необхідно використати зворотний зв'язок, у якому регулятор формуватиме керівний сигнал $u(t)$ на основі відхилення фактичної частоти обертання від заданої. Для цього використано формулу класичного ПІД-регулятора [6]:

$$u(t) = Kp \cdot e(t) + Ki \cdot \int_0^t e(t) dt + Kd \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (6)$$

де: $e(t)$ – похибка регулювання; Kp – пропорційний коефіцієнт; Ki – інтегральний коефіцієнт; Kd – диференціальний коефіцієнт.

Для подальшого аналізу стійкості необхідно отримати передавальну функцію регулятора $C(s)$. Застосуємо перетворення Лапласа до рівняння (6). Водночас функції часової області переходять у функції комплексної змінної: сигнал похибки $e(t) \rightarrow E(s)$, сигнал керування $u(t) \rightarrow U(s)$, де $E(s)$ та $U(s)$ – їхні зображення за Лапласом. Оскільки $E(s)$ є спільним множником у всіх трьох доданках, виносимо його та зводимо вираз до спільного знаменника:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{Kd \cdot s^2 + Kp \cdot s + Ki}{s} \quad (7)$$

де $C(s)$ – передавальна функція регулятора, що показує залежність керівного сигналу $U(s)$ від похибки $E(s)$.

Передавальна функція (7) разом із передавальною функцією об'єкта (5) дозволяє записати характеристичний поліном замкненої системи для визначення стійкості за критерієм Гурвіца.

У роботі розглянуто два способи налаштування коефіцієнтів ПІД-регулятора, що відрізняються ступенем автоматизації та якістю отриманих результатів. Перший – класичний метод Зіглера-Нікольса [11],

другий – автоматична оптимізація методом рою частинок [4].

Метод Зіглера-Нікольса базується на експериментальному або розрахунковому визначенні двох параметрів об'єкта за його кривою розгону: запізнення L – час, протягом якого вихідна величина не реагує на вхідний сигнал, та стала часу T – час, за який вихідна величина досягає 63 % від усталеного значення. За цими двома параметрами коефіцієнти ПІД-регулятора обчислюються за емпіричними формулами, отриманими авторами на основі аналізу великої кількості промислових об'єктів:

$$Kp = \frac{1,2 \cdot T}{K \cdot L}; Ki = \frac{Kp}{2 \cdot L}; Kd = 0,5 \cdot L \cdot Kp \quad (8)$$

де K – статичне підсилення об'єкта. Перевагою методу є простота та відсутність потреби в побудові точної математичної моделі. Для досліджуваного об'єкта отримано: $L = 0,195$ с, $T = 3,972$ с. За формулами (8) отримано: $Kp = 0,123$, $Ki = 0,315$, $Kd = 0,012$.

Метод рою часток є метаевристичним алгоритмом оптимізації, який не потребує обчислення значень градієнта цільової функції. Алгоритм оперує множиною з N часток, кожна з яких є точкою у тривимірному просторі пошуку та відповідає набору коефіцієнтів $[Kp, Ki, Kd]$.

Параметри PSO: кількість часток $N = 30$, кількість ітерацій $k_{max} = 80$, когнітивний та соціальний коефіцієнти $c_1 = c_2 = 1,5$, інерційна вага з лінійним зменшенням від 0,9 до 0,4 [6]. Межі пошуку: $Kp \in [0,1; 20]$, $Ki \in [0,01; 15]$, $Kd \in [0,001; 5]$.

Як цільову функцію алгоритму PSO обрано критерій інтегральної абсолютної похибки, зваженої за часом [6]:

$$F = \int_0^T t \cdot |e(t)| dt \rightarrow \min \quad (9)$$

де $e(t) = \omega_r - \omega_f$ – похибка регулювання; T – час моделювання.

Алгоритм збігся приблизно за 20 ітерацій (рис. 1) і знайшов оптимальні коефіцієнти: $Kp = 3,631$, $Ki = 15,000$, $Kd = 0,255$.

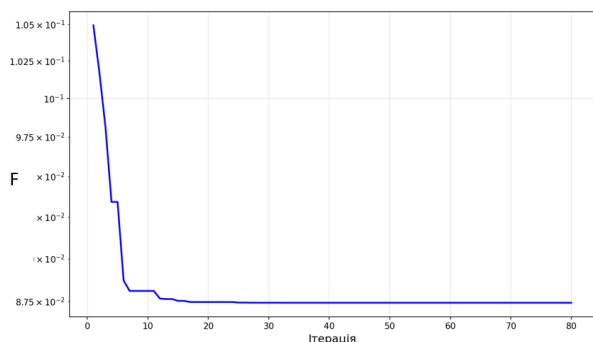


Рис. 1. Збіжність алгоритму PSO

Для забезпечення стійкості замкненої системи застосовано критерій Рауса-Гурвіца [9]. За характеристичним рівнянням (4) складено матрицю Гурвіца, обчислено її діагональні мінори Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 та записано необхідну і достатню умову стійкості у вигляді

системи нерівностей $\Delta_1 > 0$, $\Delta_2 > 0$, $\Delta_3 > 0$. Розв'язання цих нерівностей дозволило виразити допустимі межі коефіцієнтів регулятора через параметри об'єкта керування, зокрема ключову умову:

$$Ki < (a_1 + K \cdot K_d) \cdot \frac{a_0 + K \cdot K_p}{K \cdot a_2}, \quad (10)$$

де a_1 , a_0 , a_2 – коефіцієнти знаменника передатної функції об'єкта (5); K – загальний коефіцієнт підсилення. Яка обмежує допустиме значення інтегрального коефіцієнта при заданих Kp та Kd . Умови на пропорційний та диференціальний коефіцієнти ($Kp > 0$, $Kd \geq 0$) виконуються завжди з фізичних міркувань. На основі отриманих умов стійкості встановлено межі області пошуку для алгоритму PSO (табл. 2).

Таблиця 2

Межі пошуку коефіцієнтів регулятора, які забезпечують стійкість системи керування ВВП

Коефіцієнт	Область пошуку PSO
Kp	0,1 ... 20,0
Ki	0,01 ... 15,0
Kd	0,001 ... 5,0

Отримані межі дають змогу виконати пошук невідомих коефіцієнтів регулятора алгоритмом PSO, за яких система буде стійкою. PSO знайшов оптимальні коефіцієнти: $Kp = 3,631$, $Ki = 15,0$, $Kd = 0,255$.

Перевіримо умову (10): $Ki < (2,74 + 161 \times 0,2546)(0,80 + 161 \times 3,6305) / 120,75 = 43,73 \times 585,3 / 120,75 = 212,0$. Оскільки $Ki = 15,0 < 212,0$, умова виконується з великим запасом.

Аналогічну перевірку виконано для методу Зіглера-Нікольса та занесено до порівняльної таблиці (табл. 3).

Таблиця 3

Результати визначення стійкості за критерієм Гурвіца

Показник	PSO-ПІД	Зіглера-Нікольса
Δ_1	58,31 > 0	6,21 > 0
$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_3$	42 273 > 0	102,6 > 0
$\Delta_3 = a_3 \Delta_2$	$1,36 \times 10^8 > 0$	6943 > 0

Із таблиці 3 випливає, що обидві системи відповідають критерію стійкості Гурвіца, отже, замкнені контури керування є стійкими. Водночас абсолютні величини визначників суттєво різняться: для PSO-ПІД вони на кілька порядків перевищують відповідні показники системи, налаштованої за методом Зіглера-Нікольса. Це свідчить про значно більший запас стійкості регулятора, синтезованого за допомогою PSO, тоді як параметри Зіглера наближають систему до межі стійкості.

Оскільки критерій Гурвіца є необхідною, але не достатньою умовою якості керування й не дає кількісної характеристики динамічних показників перехідного процесу – швидкодії, перерегулювання та тривалості коливаль.

Моделювання виходу на задану частоту 540 об/хв (рис. 2) показало: PSO-ПІД забезпечив час

наростання 0,029 с, водночас максимальне нормоване значення частоти обертання досягло $\frac{\omega}{\omega_r} = 1,12$, що відповідає перерегулюванню 12 %. Система увійшла в зону $\pm 5\%$ від заданого значення та залишилася в ній через 0,17 с. Регулятор, налаштований за методом Зіглера-Нікольса, вийшов на задане значення повільніше (час наростання становив 0,248 с), а максимум $\frac{\omega}{\omega_r}$ сягав $\omega_r = 1,42$. Коливання тривали понад 4 секунди у діапазоні $\frac{\omega}{\omega_r}$ від 0,90 до 1,42, що узгоджується з його низьким запасом за фазою.

У разі збільшення коефіцієнта навантаження до $M_I=0.5$ у момент $t = 5$ с (рис. 3) PSO-ПІД-регулятор продемонстрував мінімальне відхилення, тоді як метод Зіглера-Нікольса показав коливальний процес з амплітудою до 2.2 від заданого значення.

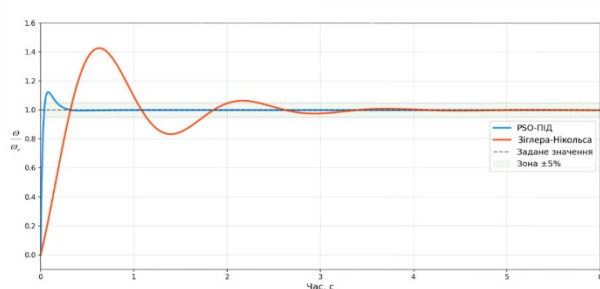


Рис. 2. Перехідний процес під час виходу на робочі оберт 540 об/хв. При $M_I=0$

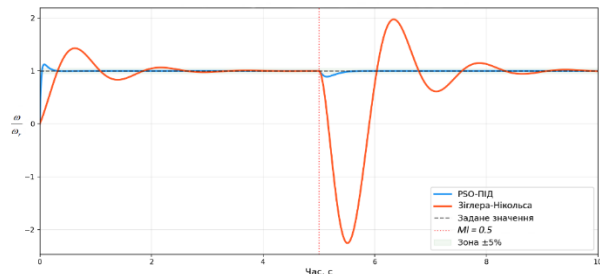


Рис. 3. Реакція на збільшення коефіцієнта навантаження до $M_I=0.5$ у момент часу $t = 5$ с.

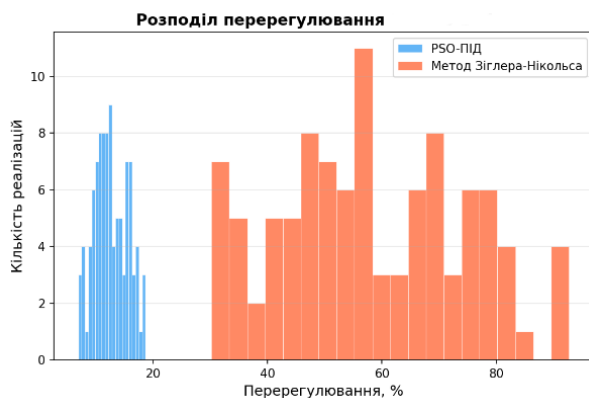


Рис. 4. Гістограми розподілу перерегулювання (ліворуч) та інтегральної абсолютної похибки (праворуч)

Отримані результати підтверджують ефективність методу PSO для налаштування ПІД-регулятора в

системах із високою інерційністю та змінним навантаженням. В оглядових роботах [4, 6] підтверджено,

Таблиця 4

Показники перехідних процесів

Значення	PSO-ПІД	Зіглера-Нікольса
K_p, K_i, K_d	3,63, 15,0, 0,25	0,12, 0,32, 0,01
Час наростання, с	0,029	0,248
Перерегулювання, %	12,4	97,1
Інтегральна абсолютна похибка	0,177	16,06

Як видно з таблиці 4, метод налаштування ПІД-регулятора за допомогою методу рою часток переважає за всіма параметрами метод Зіглера-Нікольса. Система виходить на задані оберт значно швидше, тоді як метод Зіглера-Нікольса демонструє майже дворазове перевищення заданого значення та тривалі коливання.

Аналіз стійкості виконано для номінальних параметрів об'єкта. Однак у реальних умовах параметри системи не є точно відомими та змінюються в процесі експлуатації. Метод Монте-Карло [12] дозволяє статистично оцінити, наскільки добре регулятор зберігає якість роботи при невизначеності параметрів.

Для оцінки робастності отриманих регуляторів згенеровано 100 випадкових реалізацій, у кожній з яких параметри об'єкта (J, b, K_e, T_e) одночасно варіювалися у межах $\pm 30\%$ від номінальних значень, що відповідає розкиду характеристик між різними моделями тракторів та змінам параметрів у процесі експлуатації. Коефіцієнти регулятора при цьому залишалися фіксованими. Результати (рис. 4) показали, що обидва регулятори зберігають стійкість при всіх 100 реалізаціях, однак якість регулювання суттєво різниться: PSO-ПІД тримається нижче допустимого перерегулювання 15 % у переважній більшості реалізацій, тоді як метод Зіглера-Нікольса демонструє перерегулювання від 30 до понад 100 %, що є неприйнятним для більшості сільськогосподарських операцій.

що метод Зіглера-Нікольса дає агресивні налаштування з надмірним перерегулюванням для інерційних об'єктів. Аналогічні переваги методу рою часток над іншими підходами розглянуто для суміжних задач сільськогосподарської техніки: керування електро-приводом сівалки [13], висіву кукурудзи [14], жатки комбайна [15], керування швидкістю безпілотного зернозбирального комбайна [21] та стабілізації руху трактора [19]. У дослідженнях [10, 11] для систем «трактор – знаряддя» показано ефективність інтелектуальних методів налаштування порівняно з класичним ПД, а в [20] аналогічний підхід із оптимізацією ПД методом рою часток забезпечив стабілізацію параметрів у задачі точного зрошення в рослинництві. У роботах [16, 17] для нелінійних систем керування також отримано зменшення перерегулювання та покращення робастності за умови заміни емпіричних методів на оптимізацію методом рою часток, а в [22] аналіз робастності нечіткого ПД для нелінійної системи автоматичного регулювання підтвердив переваги метаевристичної оптимізації над ручним налаштуванням. Для автономного сільськогосподарського робота [18] отримано зменшення похибки траєкторії у 5,7 раза завдяки застосуванню нечіткого ПД.

Висновки

У роботі побудовано узагальнену математичну модель системи керування частотою обертання вала відбору потужності трактора та виконано налаштування ПД-регулятора двома методами: методом Зіглера-Нікольса та методом рою часток. Стійкість замкненої системи доведено за критерієм Гурвіца, з якого отримано аналітичні умови на коефіцієнти регулятора, що визначають межі допустимих значень. Метод рою часток забезпечив перерегулювання 12,4 % проти 97,1 % та запас за фазою 79,0° проти 33,8° для методу Зіглера-Нікольса. Аналіз робастності методом Монте-Карло підтвердив стійкість оптимізованого регулятора у 100 % реалізацій при варіації параметрів об'єкта ± 30 %.

Перспективи подальших досліджень полягають у модифікації алгоритму рою часток шляхом введення адаптивних коефіцієнтів інерції та навчання, а також у гібридизації методу рою часток із генетичним алгоритмом або нечіткою логікою для підвищення швидкості збіжності та якості знайдених рішень в умовах робочого навантаження на вал відбору потужності.

ДЕКЛАРАЦІЇ

Етична заява

Не застосовується.

Фінансування

Дослідження не отримувало зовнішнього фінансування.

Конфлікт інтересів

Автори стверджують про відсутність конфлікту інтересів.

Подяки

Немає.

Декларація щодо використання ІІІ та технологій на основі ІІІ

Автори заявляють, що не використовували штучний інтелект або технології на основі ІІІ під час підготовки цього рукопису.

References

1. International Organization for Standardization. (2014). *Agricultural tractors – Rear-mounted power take-off types 1, 2, 3 and 4 – Part 1: General specifications, safety requirements, dimensions for master shield and clearance zone* (ISO Standard No. 500-1:2014). <https://www.iso.org/standard/56698.html>
2. Shao, X., Zheng, B., Luo, Z., & Song, Z. (2022). Establishment and validation of a structural dynamics model with power take-off driveline for agricultural tractors. *Agriculture*, 12(9), 1297. <https://doi.org/10.3390/agriculture12091297>
3. Renius, K. T. (2020). *Fundamentals of tractor design*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-32804-7>
4. Borase, R. P., Maghade, D. K., Sondkar, S. Y., & Pawar, S. N. (2020). A review of PID control, tuning methods and applications. *International Journal of Dynamics and Control*, 9(2), 818–827. <https://doi.org/10.1007/s40435-020-00665-4>
5. Ziegler, J. G., & Nichols, N. B. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *Journal of Fluids Engineering*, 64(8), 759–765. <https://doi.org/10.1115/1.4019264>
6. Joseph, S. B., Dada, E. G., Abidemi, A., Oyewola, D. O., & Khammas, B. M. (2022). Metaheuristic algorithms for PID controller parameters tuning: review, approaches and open problems. *Heliyon*, 8(5), e09399. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e09399>
7. Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks* (Vol. 4, pp. 1942–1948). IEEE. <https://doi.org/10.1109/icnn.1995.488968>
8. Fu, J., Gu, S., Wu, L., Wang, N., Lin, L., & Chen, Z. (2025). Research on optimization of diesel engine speed control based on UKF-filtered data and PSO fuzzy PID control. *Processes*, 13(3), 777. <https://doi.org/10.3390/pr13030777>
9. Wu, Y., Yao, C., Liu, M., Zhang, J., Wang, L., Du, X., & Yan, X. (2025). PSO-PID-based optimization and HIL verification method for the rear-mounted linkage adjustment of hilly-mountainous tractors. *Discover Applied Sciences*, 7, 850. <https://doi.org/10.1007/s42452-025-07543-8>
10. Gao, Q., Lu, Z., Xue, J., Gao, H., & Sar, D. (2021). Fuzzy-PID controller with variable universe for tillage depth control on tractor-implement. *Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering*, 21(1), 19–29. <https://doi.org/10.3233/jcm-204264>
11. Xiao, M. H., Ma, Y., Wang, C., Chen, J. Y., Zhu, Y. J., Bartos, P., & Geng, G. S. (2023). Design and experiment of fuzzy-PID based tillage depth control system for a self-propelled electric tiller. *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*, 16(4), 116–125. <https://doi.org/10.25165/j.ijabe.20231604.8116>
12. Skogestad, S., & Postlethwaite, I. (2005). *Multivariable feedback control: Analysis and design* (2nd ed.). Wiley.
13. Wang, S., Zhao, B., Yi, S., Zhou, Z., & Zhao, X. (2022). GAPSO-optimized fuzzy PID controller for electric-driven seeding. *Sensors*, 22(17), 6678. <https://doi.org/10.3390/s22176678>
14. Zhao, S., & Zhang, Y. (2024). Design and field test of corn seeding system base on fuzzy PID control method combine with PSO. *Engenharia Agricola*, 44, e20230123. <https://doi.org/10.1590/1809-4430-eng.agric.v44e20230123/2024>

15. Zheng, J., Wang, X., Huang, X., Shi, Y., Zhang, X., Wang, Y., Wang, D., Wang, J., & Zhang, J. (2025). Adaptive control system of header for cabbage combine harvester based on IPSO-fuzzy PID controller. *Computers and Electronics in Agriculture*, 232, 110044. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2025.110044>
16. Aner, E. A., Awad, M. I., & Shehata, O. M. (2024). Performance evaluation of PSO-PID and PSO-FLC for continuum robot's developed modeling and control. *Scientific Reports*, 14, 733. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-50551-0>
17. Shahouni, R., Bahraini, M., Abrofarakh, M., & Abbasi, M. (2025). Adaptive tuning of fractional order PID controllers for nonlinear processes using hybrid PSO DQN reinforcement learning. *Scientific Reports*, 15, 38545. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-22509-x>
18. Hailu, G. L., & Yatayew, T. T. (2025). Intelligent trajectory tracking in autonomous plantation robots using PSO-tuned nonlinear fuzzy PID, fuzzy PID, and conventional PID controllers. *Scientific Reports*, 15, 45357. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-30167-2>
19. Gade, C. R., Sultana, R., & Sunitha, V. (2025). Towards sustainable farming: A state of art review on electrification of a farm tractor. *Results in Engineering*, 25, 104403. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.104403>
20. Oleiwi, S. Z., Khaleel, H. Z., Khaleel, R. Z., Msallam, M. M., & Humaidi, A. J. (2026). Smart IoT irrigation system using PID-PSO optimization method. *Advances in Technology Innovation*, 11(1), 70–78. <https://doi.org/10.46604/aiti.2026.15357>
21. Zhang, S., Zang, C., Yang, Z., Tang, L., Wang, K., Wang, A., Chen, W., Song, Q., & Wei, X. (2025). Research on fault prediction and speed control system for unmanned combine harvesters based on IPSO-SVM and fuzzy logic. *Frontiers in Plant Science*, 16, 1577175. <https://doi.org/10.3389/fpls.2025.1577175>
22. Dogruer, T., & Can, M. S. (2022). Design and robustness analysis of fuzzy PID controller for automatic voltage regulator system using genetic algorithm. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 44(9), 1862–1873. <https://doi.org/10.1177/01423312211066758>

ORCID

- | | | |
|----------------|---|---|
| V. Makarets |  | https://orcid.org/0000-0002-9116-0784 |
| M. Ikalchyk |  | https://orcid.org/0000-0001-7085-2952 |
| V. Khropost |  | https://orcid.org/0000-0001-9363-3955 |
| A. Kushnirenko |  | https://orcid.org/0000-0001-8371-9165 |



2026 by the author(s). This is an open-access article distributed under the Creative Commons Attribution License <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.